【 いろいろな因数分解 】

（1） 共通因数でくくり出し,さらにかっこの中を因数分解する。

（例） $3x^2-6x-45$ を因数分解してみよう。

（解） まず， 共通因数 3をくくり出し,さらに
かっこの中の式を因数分解する。

$$3x^2-6x-45=3(x^2-2x-15)$$
$$=\underline{3(x-5)(x+3)}$$

（例） $2a^2x-8abx+8b^2x$ を因数分解してみよう。

（解） まず,共通因数$2x$をくくり出し，さらに
かっこの中の式を因数分解する。

$$2a^2x-8abx+8b^2x=2x(a^2-4ab+4b^2)$$
$$=\underline{2x(a-2b)^2}$$

27 次の式を因数分解しなさい。(1)～(3) は $\boxed{}$ をうめながら因数分解しなさい。

（1） $4x^2-4x-24$

$=\boxed{}(\boxed{})$

$=\boxed{}(\boxed{})(\boxed{})$

（2） $6x^2-54xy+108y^2$

$=\boxed{}(\boxed{})$

$=\boxed{}(\boxed{})(\boxed{})$

（3） ab^2-25a

$=\boxed{}(\boxed{})$

$=\boxed{}(\boxed{})(\boxed{})$

（4） $2a^2-4a-30$

（5） $12x^2-3y^2$ （香川県）

（6） $x^2y-5xy-14y$ （愛知県）

（7） $2am^2+12am+18a$

（8） $-7a^2+28ab-28b^2$

（9） a^2b-25b^3 （大阪成蹊女高）

（10） $2ax^2-26axy+60ay^2$

（11） $6ax^2+6ax-12a$ （追手門学院高）

（12） x^3y^3-xy

（13） $4x^2y^2-36a^2$

（14） $3a^2c+36abc+108b^2c$

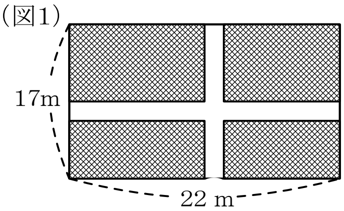
（15） $3a^2b-75b^3$

（5）図形に関する問題

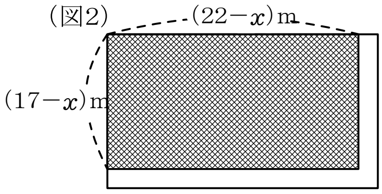
◆　図形の問題では，図形の線分の長さ，面積，体積の値は負の数にならないことに注意する。

（例）右の図1のように縦17m，横22mの長方形の土地に，同じ幅の道路（白い部分）を縦，横につけて，残りを畑（斜線部分）にします。畑の面積が300m^{2}になるようにするには道路の幅を何mにすればよいですか。

（図1）



（図2）



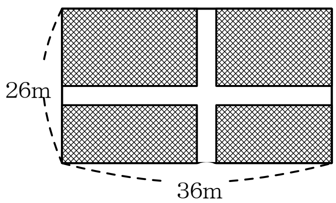
（解）図2のように，道路部分を端に移動させると，図2の斜線の長方形の面積が畑の面積 300m^{2}になるので，求める道路の幅を x mとすると，

$(17-x)(22-x)=300$ という方程式が成り立つ。これを整理すると，

$x^2-39x+74=0$ → $(x-2)(x-37)=0$ より，$x=2,\ 37$。

$x<17$ でなければならないから，$x=2$となる。　　A. 2m

120　右の図のように，縦26m，横36mの長方形の土地に，同じ幅の道路（白い部分）を縦，横につけて，残りを畑（斜線部分）にします。畑の面積が704m^{2}になるようにするには道路の幅を何mにすればよいですか。□をうめながら答えなさい。



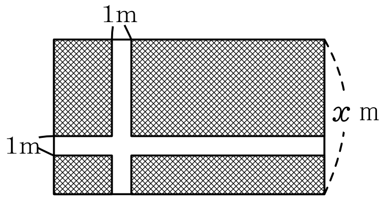
（解）道路の幅を x m とする。x に関する方程式を作ると，

$(26-x)($ □ $)=$ □ 。　整理すると，x^2- □ $x+$ □ $=0$。

$x<26$ より，$x=$ □ 。　　A. □ m

121　横の長さが縦の長さより4m長い長方形の土地に，右の図のように幅1mの道をつけたところ，道を除いた部分の面積の和が60m^{2}となりました。もとの土地の縦の長さを□をうめながら求めなさい。

（龍谷大付平安高）

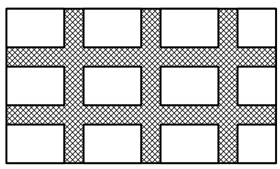


（解）もとの土地の縦の長さを x mとすると，もとの土地の横の長さは（ □ ）と表される。x に関する方程式を作ると，$(x-1)($ □ $)=$ □ 。

整理すると，x^2+ □ $x-$ □ $=0$。 $x>1$ より $x=$ □ 。　　A. □ m

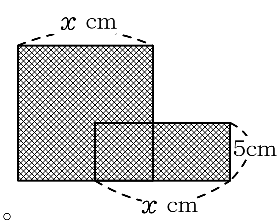
122　縦30m，横60mの長方形の土地がある。右の図のように，長方形の各辺と平行になるように同じ幅の通路を，縦に3本，横に2本つくり（斜線），残りの土地に花を植えたい。花を植える土地の面積をもとの土地の面積の78%にするには，通路の幅を何mにすればよいか。

（関西学院高）



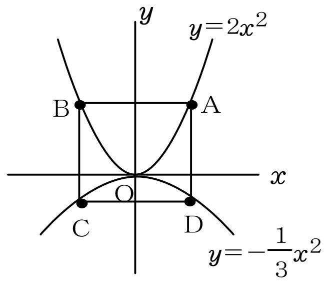
123　一辺の長さが $x$cmの正方形と，縦 5cm，横 $x$cmの長方形が右図のように正方形の重なり部分を作って重なっている。斜線部の面積が151cm^{2}であるとき，xの値を□をうめながら求めなさい。

（大阪信愛女高）



（解）重なりの正方形は一辺が □ cmなので，その面積は □ cm^2。x に関する方程式をつくると，□ $=151$。$x>5$より，$x=$ □ となる。

165 右の図のように，$y=2x^2$上に2点AとBを，$y=-\dfrac{1}{3}x^2$上に2点CとDをとり，4点を結んだ長方形ABCDをつくる（ABとCDとx軸は平行）。次の問いに□をうめながら答えなさい。



（1）点Aのx座標を3とするとき，ABとADの長さをそれぞれ求めなさい。

（解）A，B，Dの座標はそれぞれ，

A（3，□），B（□，□）

D（3，□）となるので，ABの長さは□，ADの長さは□になる。

（2）点Aのx座標を t とするとき，ADの長さを tで表しなさい。

（解）A，Dの座標はそれぞれ，

A（t，□），D（t，□）。ADは縦の長さなので，

Aのy座標－Dのy座標＝□－（□）＝□。

よって，ADの長さは□となる。

（3）長方形ABCDが正方形になるとき，Aの座標を求めなさい。

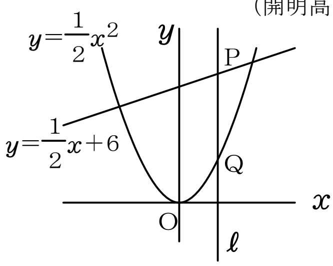
（解）点Aのx座標を t とすると，ABの長さは $2t$ となり，ADの長さは（2）より□となる。

長方形ABCDが正方形なので AD＝AB を利用して t に関する方程式をつくると

□＝□となり，分母をはらって整理すると，□＝0。解くと $t=0$，□。

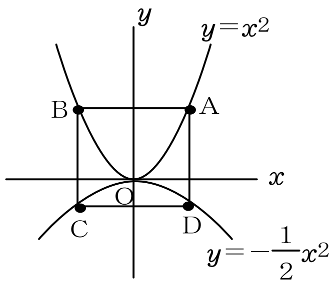
$t=0$ は題意に適さないので，$t=$□。よって，Aの座標は□となる。

166 右の図のように，y軸に平行な直線ℓ と 2つのグラフ，$y=\dfrac{1}{2}x+6$，$y=\dfrac{1}{2}x^2$ との交点をそれぞれP，Qとする。PQの長さが3のとき，Pの座標をすべて求めなさい。ただし，P点はQ点より上にある。（開明高改題）

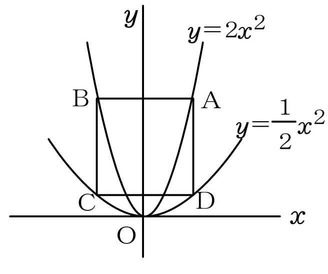


167 右の図のように，$y=x^2$上に2点AとBを，$y=-\dfrac{1}{2}x^2$上に2点CとDをとり，4点を結んだ正方形ABCDをつくる（ABとCDとx軸は平行）。点Aのx座標を a とするとき，aの値を求めなさい。（$a>0$）

（沖縄県）



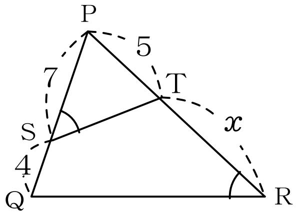
168 右の図のように，$y=2x^2$上に2点AとBを，$y=\dfrac{1}{2}x^2$上に2点CとDをとり，4点を結んだ正方形ABCDをつくる（ABとCDとx軸は平行）。点Aの座標を求めなさい。（長崎県改題）



【 三角形の相似と線分の長さ 】

◆ 相似な三角形を見つけ，対応する辺の比（相似比）を利用しながら計算する。

（例）右の図において，∠PST＝∠PRQのとき，2つの三角形の相似を対応順に記号で表し，x の長さを求めなさい。

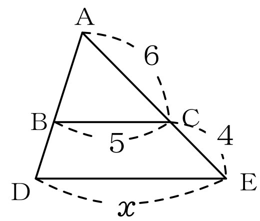


（解） 相似な三角形を記号で表すと，<u>△PST∽△PRQ</u>となる。よって対応する辺の比は等しいので，PS：PR＝PT：PQ が成り立つ。すなわち，

7：(5＋x)＝5：11 ⟶ 5(5＋x)＝7×11。これを解くと，<u>x＝10．4</u> もしくは，<u>$\left(\dfrac{52}{5}\right)$</u>

239 次の各図において，2つの三角形の相似を対応順に 記号で表し，x, y の長さを求めなさい。

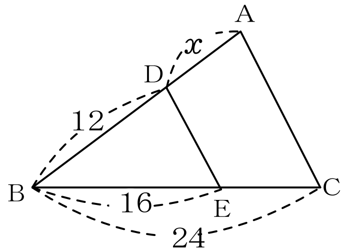
（1） 右の図において，BC // DEである。



（解）相似な三角形 ⟶ △ ABC ∽ △$\boxed{}$

対応する辺の比例式 ⟶ $\boxed{}$：x＝6：$\boxed{}$，これを解いて，x＝$\boxed{}$。

（2） 右の図において，AC // DEである。

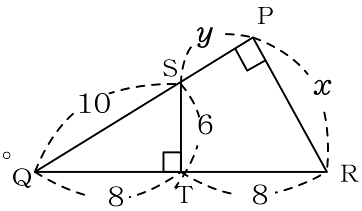


（解）相似な三角形 ⟶ △$\boxed{}$ ∽ △ABC

対応する辺の比例式 ⟶ <u>16：$\boxed{}$</u> ＝12：（$\boxed{}$），

これを解いて， x＝$\boxed{}$。（ 相似比を簡単な数にして計算するとよい。）

（3） 右の図において，∠P＝∠QTS＝90° である。

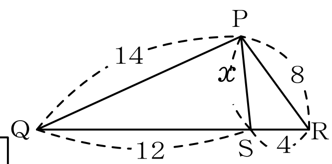


（解）相似な三角形 ⟶ △$\boxed{}$ ∽ △PQR

対応する辺の比例式 ⟶ 6：x＝10：$\boxed{}$，これを解いて， x＝$\boxed{}$。

yの方は， 10：16＝$\boxed{}$：（$\boxed{}$），これを解いて，y＝$\boxed{}$。

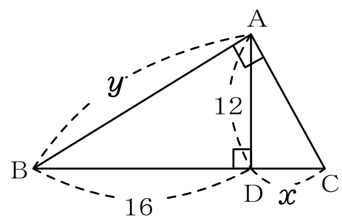
（4） 右の図でPSの長さを求める。



（解）相似な三角形 ⟶ △ PRS ∽ △$\boxed{}$

対応する辺の比例式⟶x：$\boxed{}$＝8：$\boxed{}$，これを解いて，x＝$\boxed{}$。

（5） 右の図において，∠BAC＝∠ADC＝90°である。



（解）x を求めるための相似な三角形 ⟶ △ BDA ∽ △$\boxed{}$，

16：$\boxed{}$＝$\boxed{}$：x。これを解いて， x＝$\boxed{}$。

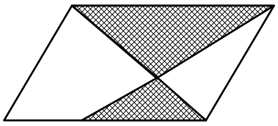
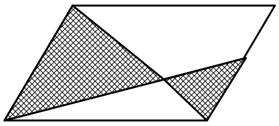
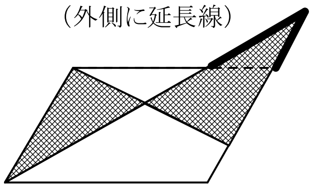
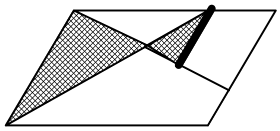
次に，y を求めるための相似な三角形 ⟶ △ABD ∽ △$\boxed{}$

対応する辺の比例式(xの値を利用) ⟶ y：$\boxed{}$＝$\boxed{}$：y，これを解いて，y＝$\boxed{}$。

(2) 平行四辺形と相似

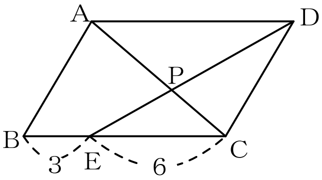
◆ 平行四辺形と相似の基本形 ～ 相似な三角形を見つける，または，補助線で相似な三角形を作る。

① 上下の三角形の相似　② 左右の三角形の相似　③ 相似な三角形を作る（外側に延長線）　④ 相似な三角形を作る（内側に補助線）

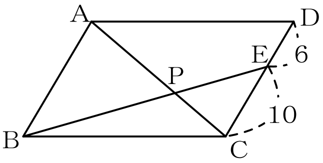





265 次の各図の平行四辺形ABCDで，□ にあてはまる最も簡単な整数を書き入れなさい。(単位はcm)

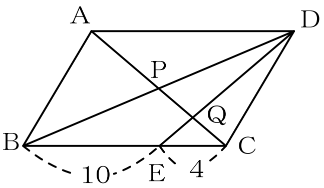
(1) AD : EC＝AP : CP＝□ : □



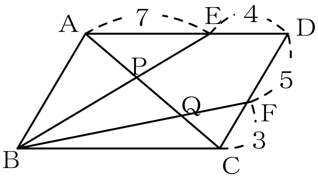
(2) AB : CE＝BP : EP＝□ : □



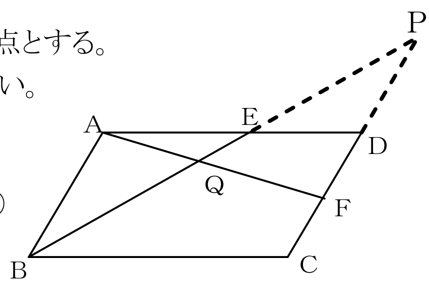
(3) BP : DP＝□ : □，AQ : QC＝□ : □



(4) AP : CP＝□ : □，AQ : QC＝□ : □



266 右の図の平行四辺形ABCDで，AE : ED＝4 : 3，点Fを辺CDの中点とする。
BEとAFの交点をQとするとき，AQ : QFを□をうめながら求めなさい。



(解) 点線のように，BEとCDの延長線の交点をPとする。

△ABE∽△□ より，AB : DP＝AE : □＝4 : □ … ①

AB＝DC で点FがCDの中点だから，AB : DF＝2 : □ … ②

①，②より，AB＝4とみると，DP＝□，DF＝□ となるので，PF＝□ … ③ となる。

△ABQ∽△FPQより，AQ : QF＝AB : FP となるので ③より求める比は □ : □ となる。

267 右の図の平行四辺形ABCDで，AE : ED＝6 : 5，DF : FC＝2 : 1とする。
BEとAFの交点をQとするとき，AQ : QFを求めなさい。